حل نموذج بجروت

(806)-581

موعد شتاء 2019

مصمد IQ

سؤال 1

1. بحسب المعطيات :

وتيرة عمل العمال ثابتة ، اي قدرتهم ثابتة . X م³ لليوم

العمل الذي اراد العمال انجازه هو 216 طن خشب

ولذلك ، في الوضع الاعتيادي الزمن الذي كان سيستغرقوه

لانهاء العمل هو $\frac{216}{X}$ يوم .

عملياً تغيرت وتيرة العمل واصبحت كالتالي :-

في أول 3 ايام كانت الوتيرة ثابتة : X م³ / لليوم

في باقي الايام كانت وتيرة العمل (القدرة) (X+8) طن لليوم

عدد الأيام الكلي كان أقل بيوم واحد من زمن العمل

الأصلي المقرر اي :-

$$\text{عدد الايام الكلي} = \frac{216}{X} - 1$$

نبني جدولاً يعبر عن المعطيات

	قدرة	زمن	عمل
اول 3 ايام	X	3	3X
باقي الايام	X+8	$\frac{216}{X}-4$	$(8+X)(\frac{216}{X}-4)$

العمل المنجز كان 232 م³ لذلك :-

$$3X+(8+X)\left(\frac{216}{X}-4\right)=232$$

نضرب بـ X :

$$3X^2+(8+X)(216-4X)=232X$$

نبسط المعادلة ونحصل على :-

$$X^2+48X-1728=0$$

نحلها فنحصل على :-

$X_1=24$ ✓

$X_2=-72$ (غير ممكن لان القدرة موجبة)

اذاً القدرة هي 24 م³ لليوم

(2) عدد الايام $= \frac{216}{X}-1 = \frac{216}{24}-1$ ← 8 أيام

اذاً عدد ايام العمل الكلي كان اكبر بيوم لذلك زمن العمل بوتيرة (X+8) كان :

$$\frac{216}{X}-3-1=\frac{216}{X}-4$$

www.tgsnan.co.il

ب) $\frac{2}{3}$ الكمية المخططة هي $\frac{2}{3} \cdot 216 = 144$.

بما أن وتيرة عملهم كانت أول 3 أيام 24 م³/يوم لذلك في أول 3 أيام يقطعون $24 \cdot 3 = 72$ م³، ويبقى لهم $144 - 72 = 72$ م³ للقطع بوتيرة عملهم الجديدة $(24 + 8 = 32)$

والقطع 72 م³ يحتاجون $\frac{72}{32} = 2.25$ يوم

وبالتالي ينهون قطع 144 م³ خلال اليوم السادس $(3 + 2.25)$ (5.25)

ج) ① لتحسيب معطيات العنصر (ج):-

- في المجموعة الأصلية يوجد m عمال قدرتهم 24 م³ لليوم (العادية)
- انضم للمجموعة الأصلية m عمال مبتدئين قدرة الواحد منهم أقل بـ 1 م³ من قدرة العامل الأصلي.

بما أن قدرة الـ m عمال الأصليين هي 24 م³ لليوم

لذلك، قدرة العامل الواحد منهم هي $\frac{24}{m}$ م³ لليوم

وبالتالي قدرة العامل المبتدئ هي $(1 - \frac{24}{m})$ م³ لليوم.

إذا قدرة العامل المجرّب $\frac{24}{m}$ م³/اليوم

قدرة العامل المبتدئ $(1 - \frac{24}{m})$ م³/اليوم

www.IQsmart.co.il

قدرة m عمال مجربين في اليوم الواحد هي: $m \cdot \frac{24}{m} \leftarrow 24$ م³ لليوم

قدرة m عمال مبتدئين في اليوم الواحد هي: $m(\frac{24}{m} - 1) \leftarrow (24 - m)$

قدرة المبتدئين والمجربين في اليوم الواحد هي:

$$24 + (24 - m) = 48 - m$$

وفي 8 أيام ينجزون: $8(48 - m)$

وتحقق: $8(48 - m) = 336$

$$\Rightarrow 48 - m = \frac{336}{8} \rightarrow 48 - m = 42 \rightarrow \boxed{6 = m}$$

وبالتالي عدد العمال الكلي هو $2m$ أي $\boxed{12}$ عامل

سؤال 2

1.P بحسب المعطيات في المتوالية الحسابية يوجد $2n+3$ حدود مجموع حدود المتوالية هو 43 حيث الحد الأوسط.
بما أنه في المتوالية يوجد $2n+3$ حدود إذا الحد الأوسط هو: a_{n+2} [قبله يوجد $(n+1)$ حدود وبعده $(n+1)$]
نفرض فرق المتوالية هو d إذاً:-

$$a_{n+2} = a_1 + (n+2-1)d$$

$$\{a_{n+2} = a_1 + (n+1)d\}$$

مجموع حدود المتوالية هو:

$$S_n = \frac{2n+3}{2}\left[2a_1 + (2n+3-1)d\right]$$

$$S_n = \frac{2n+3}{2}\left[2a_1 + (2n+2)d\right] = \frac{2n+3}{2} \cdot \left[2a_1 + 2(n+1)d\right]$$

$$S_n = \frac{2n+3}{2} \cdot 2\left[a_1 + (n+1)d\right] = (2n+3)\left[a_1 + (n+1)d\right]$$

وبما أن $a_{n+2} = a_1 + (n+1)d$ نعوض في S_n

$$S_n = (2n+3)\underbrace{\left[a_1 + (n+1)d\right]}_{a_{n+2}} = (2n+3)\cdot\left[a_{n+2}\right]$$

(هو المطلوب)

2.P بحسب المعطيات يتحقق:-

$$S_n = 43 \cdot a_{n+1} \rightarrow (2n+3)(a_{n+1}) = 43(a_{n+1})$$

$$\rightarrow (2n+3)a_{n+1} = 43 \cdot a_{n+1} \rightarrow 2n+3 = 43$$

$$\rightarrow 2n = 43-3 \rightarrow 2n = 40 \rightarrow \boxed{n = 20}$$

وبالتالي عدد حدود المتوالية هو $2n+3 \leftarrow 2\cdot 20+3 \leftarrow \boxed{43}$ حد

www.iqsmart.co.il

ب. بما أنه في المتوالية الأصلية يوجد 43 حد إذا:
متوالية الحدود التي بالأماكن الفردية تحوي 22 حد، فرقها $2d$
وحدها الأول a_1.
متوالية الحدود التي في الأماكن الزوجية تحوي 21 حد، فرقها $2d$
وحدها الأول a_2.

الحد الأوسط هو: a_{n+2} أي $a_{22} \Leftarrow \boxed{a_{22} = a_1 + 21d}$

بحسب معطيات السؤال يتحقق:

$$S_{\text{الفردية}} = S_{\text{الزوجية}} + 40$$

$$\frac{22}{2}\left[2a_1 + 21(2d)\right] = \frac{21}{2}\left[2a_2 + 20\cdot(2d)\right] + 40$$

$$22\left[a_1 + 21d\right] = 21\left[\underbrace{a_2}_{a_1+d} + 20d\right] + 40$$

$$22\underbrace{\left[a_1 + 21d\right]}_{a_{22}} = 21\underbrace{\left[a_1 + 21d\right]}_{a_{22}} + 40$$

$$\rightarrow 22a_{22} = 21a_{22} + 40 \rightarrow \boxed{a_{22} = 40}$$

(2.ب) بحسب معطيات السؤال فإن مجموع حدود المتوالية هو
مجموع الحدود الأولى من 43
$S_n = 43 \cdot a_{22}$
$S_{43} = 43 \cdot 40 = 1720$ $\boxed{S_{43} = 1720}$

ج. بحسب المعطيات يتحقق $d = -a_1$ أو $-d = a_1$
$a_{22} = a_1 + 21d = 40 \rightarrow -d + 21d = 40$
$\rightarrow 20d = 40 \rightarrow \boxed{d = 2}$
وبما أن $d > 0$ إذاً المتوالية تصاعدية

www.IQsmart.co.il

ل. بحسب المعطيات تم بناء متوالية جديدة كل حد فيها عبارة عن مجموع k حدود متجاورة من المتوالية الأصلية. كما يلي:

$$\underbrace{(a_1+a_2+\cdots+a_k)}_{A_1},\ \underbrace{(a_2+a_3+\cdots+a_{k+1})}_{A_2},\ \cdots$$

بما أنه في المتوالية الأصلية يوجد 43 حد لذلك فإن الحد الأخير في المتوالية الجديدة هو $(a_m, a_{m+1}, \cdots, a_{m+k-1})$

وبتحقق $a_{m+k-1}=a_{43}$ ← $m+k-1=43$ ← $m=44-k$

أي أن الحد الأخير في المتوالية الجديدة هو:

$$(a_{44-k}, a_{45-k}, \cdots, a_{43})$$

وبالتالي في المتوالية الجديدة سيكون $44-k$ حدود.

مثلاً: إذا كان $k=5$ أي أنه كل حد في المتوالية الجديدة عبارة عن مجموع 5 حدود متجاورة بشكل متسلسل، سنحصل على المتوالية التالية:

$$\underbrace{(a_1+a_2+\cdots+a_5)}_{A_1},\ \underbrace{(a_2+a_3+\cdots+a_6)}_{A_2},\ \cdots$$

$$(a_{39}, a_{40}, a_{41}, a_{42}, a_{43})$$

$(44-5)$

↓

الحد الأخير في المتوالية الجديدة

وترتيبه سيكون A_{39}

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 3

(1.1) نسبب المعطيات:

في سنة 2017 و 2018: عدد الطلاب الذين نجحوا في امتحان الدبلوم ولم ينجحوا في امتحان البجروت ضعف لعدد الطلاب الذين لم ينجحوا في امتحان الدبلوم ونجحوا في امتحان البجروت وذلك، علمًا أنه في سنة 2017 تقدم 250 طالبًا لامتحان الدبلوم وبعد ذلك لامتحان البجروت

ومعلوم أنه:

$$P(\text{نجح بالبجروت} \mid \text{نجح بالدبلوم}) = 0.9$$

وكذلك:

$$P(\text{نجح بالدبلوم} \cap \text{لم ينجح بالبجروت}) = P(\text{نجح بالدبلوم} \cap \text{لم ينجح بالبجروت})$$

في سنة 2017 $P(\text{لم ينجح بالبجروت}) = 0.2$

نبني جدول ثنائي الابعاد يعبر عن المعطيات:

	نجح بالدبلوم	لم ينجح بالدبلوم	
نجح بالبجروت	0.72 / $0.8-P$	0.08 / P	$1-0.2$ / 0.8
لم ينجح بالبجروت	0.28 / P	0.12	0.2
	0.8	0.2	1

$$P(\text{نجح بالبجروت} \mid \text{نجح بالدبلوم}) = 0.9 = \frac{P(\text{نجح بالبجروت} \cap \text{نجح بالدبلوم})}{P(\text{نجح بالدبلوم})}$$

$$\Rightarrow 0.9 = \frac{0.8-P}{0.8} \Rightarrow 0.72 = 0.8 - P$$

$$\boxed{P = 0.08}$$

بهذا نحصل على وبالتالي يمكننا حساب كل مركبات الجدول كما هو مبين باللون الأحمر

عدد المتقدمين للامتحان هو 250

الاحتمال أن ينجح طالب بامتحان البجروت والدبلوم أيضًا:

$$P(\text{نجح بالبجروت} \cap \text{نجح بالدبلوم}) = 0.72$$

وبالتالي عدد الذين نجحوا بالدبلوم وبالبجروت أيضًا هو $0.72 \cdot 250 \leftarrow$ 180 طالب

$$P(\text{نجح بيروت} \mid \text{لم ينجح ديلوم}) = \frac{P(\text{نجح بيروت} \cap \text{لم ينجح ديلوم})}{P(\text{لم ينجح ديلوم})} \quad (2.1)$$

$$= \frac{0.08}{0.2} = \boxed{0.4}$$

(3.1) احتمال اختيار طالب لم ينجح في امتحان الديلوم إذا علم أنه لم ينجح بالبيروت

$$P(\text{لم ينجح ديلوم} \mid \text{لم ينجح بيروت}) = X$$

$$X = P(\text{لم ينجح ديلوم} \mid \text{لم ينجح بيروت}) = \frac{P(\text{لم ينجح بيروت} \cap \text{لم ينجح ديلوم})}{P(\text{لم ينجح بيروت})} = \frac{0.12}{0.2} = 0.6$$

واحتمال اختيار طالبين كذلك هو $(0.6)^2 = \boxed{0.36}$

ب. بحسب المعطيات: الحدثان: نجح بالديلوم، ونجح بالبيروت غير مستقلين.

كذلك نعطى أن احتمال نجاح طالب في البيروت هو a

إذاً: $P(\text{نجح بيروت}) = a$ وبحسب معطيات السؤال يتحقق

$$P(\text{نجح ديلوم} \cap \text{لم ينجح بيروت}) = P(\text{لم ينجح ديلوم} \cap \text{نجح بيروت})$$

www.iQsmart.co.il

بما أنه دائماً يتحقق:

$$P(\text{نجح ديلوم}) = P(\text{لم ينجح بيروت} \cap \text{نجح ديلوم}) + P(\text{نجح بيروت} \cap \text{نجح ديلوم})$$

$$P(\text{نجح بيروت}) = P(\text{نجح بيروت} \cap \text{لم ينجح ديلوم}) + P(\text{لم ينجح بيروت} \cap \text{نجح بيروت})$$

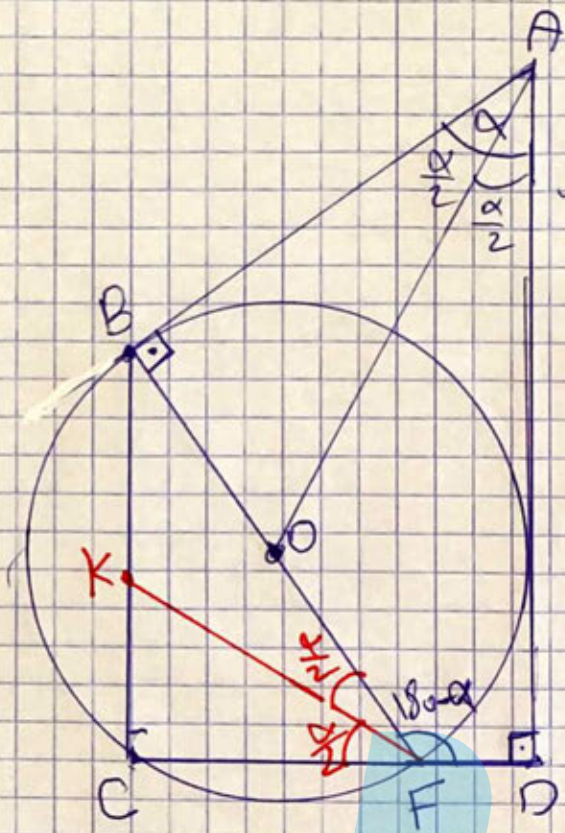
إذاً نتبع أن $P(\text{نجح بيروت}) = P(\text{نجح ديلوم}) = a$

وبالتالي:

$$P(\text{نجح ديلوم} \cap \text{نجح بيروت}) = \underbrace{P(\text{نجح ديلوم})}_{a} \underbrace{P(\text{نجح بيروت})}_{a} = a^2$$

$$P(\text{نجح ديلوم} \cap \text{لم ينجح بيروت}) = P(\text{نجح ديلوم}) - P(\text{نجح ديلوم} \cap \text{لم ينجح بيروت}) = \boxed{a - a^2} \quad (7)$$

سؤال 4



① $\measuredangle ABF = 90°$ محصورة بين المماس وقطر

② $\measuredangle BAD = \alpha$ نفرض

③ في الشكل الرباعي مجموع الزوايا $360°$

لذلك: $\measuredangle BFD = 180 - \alpha$

④ $\measuredangle BFC = 180 - (180 - \alpha)$ بحذف $(180°)$

$\boxed{\measuredangle BFC = \alpha}$

إذاً $\measuredangle BFC = \measuredangle BAD = \alpha$

وهو المطلوب (أ)

⑤ KF يمثل زاوية $\measuredangle BFC$ لذلك تنصف كل واحدة منهما $\frac{\alpha}{2}$.

⑥ $\measuredangle C = 90°$ بمماسية مقابلة للقطر

⑦ $\triangle KFC \sim \triangle BAD$ (ز ز) $\measuredangle KFC = \measuredangle BAD$ ① $\measuredangle B = \measuredangle C = 90°$

ومن التشابه ينتج:

⑧ $\frac{KC}{OB} = \frac{CF}{BA} \Rightarrow \boxed{KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}}$

وهو المطلوب (ب)

⑨ $\frac{CF}{BF} = \frac{KC}{KB}$ ينتج: $\triangle BFC$ بتطبيق نظرية منصف الزاوية في ⑦

$\hookrightarrow BF = 2R \rightarrow \frac{CF}{2R} = \frac{KC}{KB} \xrightarrow[\text{بدل KC}]{\text{نعوض}} \frac{CF}{2R} = \frac{\frac{CF \cdot BO}{AB}}{KB} = \frac{1}{2R} = \frac{R}{AB \cdot KB}$ $(BO = R)$

$\rightarrow \boxed{2R^2 = AB \cdot KB}$ وهو المطلوب (ج)

⑩ $S_{\triangle BFK} = \frac{BK \cdot CF}{2}$ // $S_{\triangle KFC} = \frac{KC \cdot CF}{2}$

$\frac{BK}{KC} < 1$ أي $BK < KC$: نفسه لذلك علينا أن نبرهن أن CF

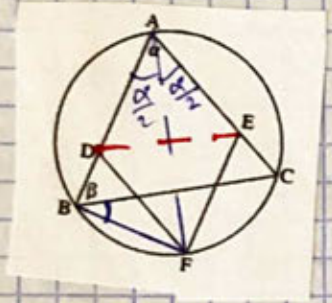
$BF > FC$، الوتر أكبر طول بالمثلث BFC.

$\frac{BF}{FC} = \frac{BK}{KC}$ وبما أن $\frac{BF}{FC} < 1$ ⑨ من $\frac{BK}{KC} < 1$ إذاً

وهو المطلوب (د)

www.IQsmart.co.il

سؤال 5



ليكن ADFE رباعي محاط بالدائرة
$\measuredangle BAC=\alpha$ // $\measuredangle ABC=\beta$

لإثبات أن AF ، DE أقطار المعين

① أقطار المعين متعامدة ومنصف القطر الرئيسي القطر الثاني، وكذلك القطر الرئيسي ينصف الزوايا التي يصل بينها لذلك

$\measuredangle DAF=\measuredangle FAE=\frac{\alpha}{2}$

② $\measuredangle CBF=\measuredangle FAC=\frac{\alpha}{2}$ زوايا محيطية تقابل نفس القوس CF

وبالتالي $\measuredangle ABF=\beta+\frac{\alpha}{2}$

1.أ) طول AD =

في $\triangle ABF$ إذا R نصف قطر الدائرة (2.أ

بتطبيق قانون الـ sin

$$\frac{AF}{\sin(\alpha+\frac{\beta}{2})}=2R \Rightarrow \boxed{AF=2R\sin(\alpha+\frac{\beta}{2})}$$

ب) بما أن $\measuredangle DAF=\measuredangle DFA=\frac{\alpha}{2}$ إذاً $DF=AD$

وبالتالي $\measuredangle ADF=180-\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha}{2}$ ⟸ $\measuredangle ADF=180-\alpha$

في $\triangle ADF$ بتطبيق قانون الـ sin نجد:

$$\frac{DF}{\sin(\frac{\alpha}{2})}=\frac{AF}{\sin(180-\alpha)} \Rightarrow \frac{DF}{\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{AF}{\sin\alpha}=\frac{2R\sin(\beta+\frac{\alpha}{2})}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow DF=\frac{2R\sin(\beta+\frac{\alpha}{2})}{\sin\alpha}=\frac{2R\sin(\beta+\frac{\alpha}{2})\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{DF=\frac{R\sin(\beta+\frac{\alpha}{2})}{\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

www.10smart.co.il

ب. بحسب العصر AF قطر الدائرة لذلك ينتج:

$$AF = 2R\sin\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right) = 2R$$

$$\Rightarrow \sin\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right) = 1 \Rightarrow \boxed{\beta+\frac{\alpha}{2}=90^\circ}$$

وينتج أيضاً أن:

$$DF = \frac{R\sin\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{R\cdot 1}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{R}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\boxed{DF = \frac{R}{\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

ج. حساب المساحة المطلوبة = 2 · مساحة $\triangle ADF$

$$S_{\triangle ADF} = \frac{AD\cdot DF\cdot\sin(180-\alpha)}{2} = \frac{DF^2\cdot\sin\alpha}{2}$$

$$S_{\triangle ADF} = \frac{R^2\sin\alpha}{\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2\cdot 2} = \frac{R^2}{2}\cdot\frac{\sin\alpha}{\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{R^2\cdot 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}{2\left(\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

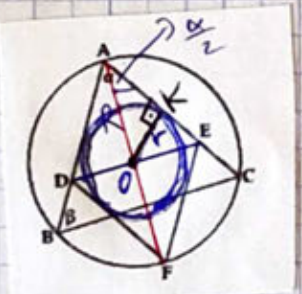
$$= \frac{R^2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = R^2\,tg\frac{\alpha}{2}$$

وبالتالي:

$$S_{\text{المطلوبة}} = 2\,S_{\triangle ADF} = \boxed{2R^2\,tg\frac{\alpha}{2}}$$

www.tqsmart.co.il

د. مركز الدائرة التي المحصورة في المثلث هي نقطة التقاء منصفات زواياه. وبالتالي هي نقطة التقاء أطوال أطوال المعين تنصف بعضها وبما أن AF هو قطر الكبيرة لذلك O هي مركز الدائرتين الكبيرة والصغيرة.



AE هو قطر للدائرة الصغيرة. نفرض K نقطة التماس وإذا $\angle AKO = 90^\circ$. وفي المثلث AKO نحقق: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{R} = \frac{\frac{3}{5}R}{R}$

$$\rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 36.87^\circ$$

بما أن $\beta + \frac{\alpha}{2} = 90$ ← نحصل على $\beta = 53.13$

سؤال 6

(1.P) نعطى أن:

$$g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$$

و $g''(x)$, $g'(x)$, $g(x)$ معرفات بنفس مجال التعريف.

نعطى أن معادلة المماس للدالة $g(x)$ في نقطة التواء هي:

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

نقطة التواء الدالة $g(x)$ هي نقطة صفرية لـ $g''(x)$

أي يتحقق:

$$g''(x) = 0 \rightarrow \frac{-18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4} = 0$$

$$\rightarrow \frac{18}{(x-4)^4} = \frac{18}{x^4} \rightarrow \sqrt[4]{(x-4)^4} = \sqrt[4]{x^4}$$

$$\rightarrow x-4 = \pm x \rightarrow \begin{matrix} x-4 = x \\ x-4 = -x \end{matrix} \rightarrow \boxed{x=2}$$

غير ممكن

إذًا نقطة التواء الدالة $\boxed{x=2}$

بما أن ميل المماس في $x=2$ هو $\frac{3}{2}$ إذًا يتحقق:

$$g'\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow (2, \frac{3}{2})$$

www.IQsmart.co.il

$$g'(x) = \int g''(x) \Rightarrow g'(x) = \int \frac{-18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4} dx$$

$$g'(x) = \frac{-18 \cdot x^{-3}}{-3} + \frac{18 \cdot (x-4)^{-3}}{-3} + c$$

$$g'(x) = 6x^{-3} + 6(x-4)^{-3} + C = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{(x-4)^3} + c$$

$$g'(2) = \frac{6}{(+2)^3} - \frac{6}{(2-4)^3} + C = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{6}{8} + \frac{6}{-8} + C = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow C = \frac{3}{2} - \frac{12}{8} = 0 \rightarrow \boxed{C=0}$$

إذًا:

$$\boxed{g'(x) = \frac{6}{x^3} - \frac{6}{(x-4)^3}}$$

$$g(x)=\int g'(x)\,dx=\int 6\cdot x^{-3}-6\cdot(x-4)^{-3}\,dx$$

$$=6\frac{x^{-2}}{-2}-6\cdot\frac{(x-4)^{-2}}{-2}+C_1$$

$$=-3x^{-2}+3(x-4)^{-2}+C_1=\frac{-3}{x^2}+\frac{3}{(x-4)^2}+C_1$$

نجد اعداديات نقطة التماس في معادلة المماس ومن ثم نجد C_1:

$$y=\frac{3}{2}x-3\rightarrow y(2)=\frac{3}{2}\cdot 2-3=0$$

اذاً نقطة التماس هي $(2,0)$

نعوض في $g(x)$ نجد:

$$g(x)=\frac{-3}{x^2}+\frac{3}{(x-4)^2}+C_1$$

$$g(2)=\frac{-3}{2^2}+\frac{3}{(-2)^2}+C_1=0$$

$$\frac{-3}{4}+\frac{3}{4}+C_1=0\rightarrow \boxed{C_1=0}$$

$$\boxed{g(x)=\frac{-3}{x^2}+\frac{3}{(x-4)^2}}$$:اذاً

2. P مجال تعريف الدالة $x\neq 4,\ x\neq 0$

3. P نجد متى $g'(x)=0$

$$g'(x)=\frac{6}{x^3}-\frac{6}{(x-4)^3}=0\rightarrow\frac{6}{x^3}=\frac{6}{(x-4)^3}$$

$$\rightarrow 6(x-4)^3=6x^3\rightarrow(x-4)^3=x^3\rightarrow x-4=x$$

$\rightarrow 0=-4$ X لا يوجد نقاط قصوى

وبما أنه للدالة لا يوجد نقاط قصوى اذاً الدالة لها فاعدية أو تناقصية في كل مجالات تعريفها

www.IQsmart.co.il

نفحص إشارة المشتقة في مجالات تعريف الدالة
ونحدد المجالات التصاعدية والتنازلية حسب:

x	$x<0$	0	$0<x<4$	4	$x>4$
g'	$-$	0	$+$	‖	$-$
g	↘		↗	‖	↘

$g'(-1) = -$
$g'(1) = +$
$g(5) = -$

إذا مجال تصاعدي: $0<x<4$
مجال تنازلي: $x<0$ أو $x>4$

(4) نجد أولاً التقاطع مع المحاور ومن ثم نرسم الدالة ونجد خطوط التقارب

تقاطع مع x ⟵ $y=0$

$$0 = \frac{3}{(x-4)^2} - \frac{3}{x^2} \quad \rightarrow \sqrt{\ } / (x-4)^2 = x^2 \ / \sqrt{\ }$$

$$\rightarrow x-4 = \pm x$$

$x-4 = x \rightarrow 0 = -4$ ✗

$x-4 = -x \rightarrow 2x = 4 \rightarrow \boxed{x=2}$

$\boxed{\text{تقاطع مع } x \text{ في } (2,0)}$

لا يوجد تقاطع مع y لأن الدالة غير معرفة في $x=0$

www.IQsmart.co.il

خطوط تقارب:

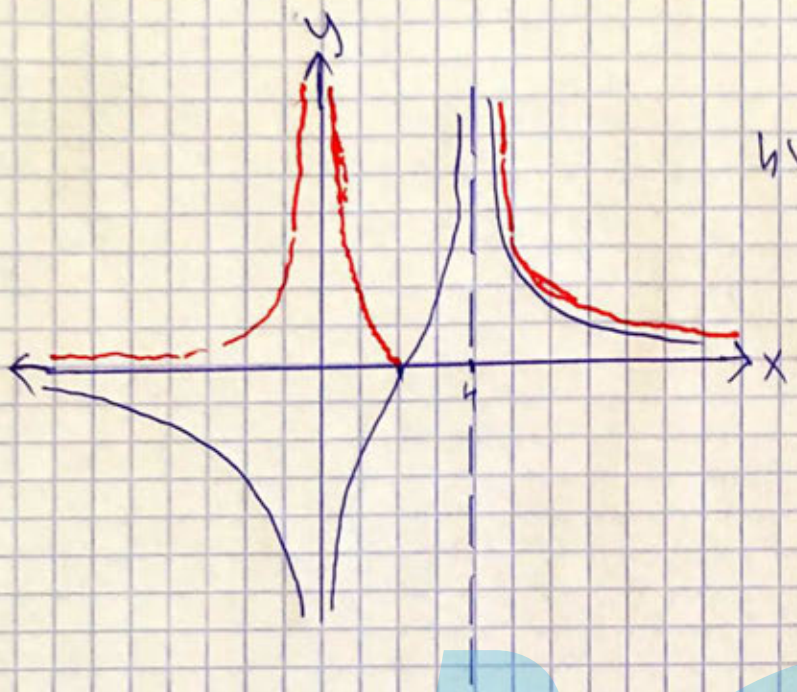
عمودية: $\boxed{x=4}$, $\boxed{x=0}$

أفقية:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2} = \frac{-3}{\infty} + \frac{3}{\infty^2} = 0$$

إذاً $\boxed{y=0}$ خط تقارب أفقي ($x \to \pm\infty$)

لتكن الرسم البياني للدالة :



(ب) * الرسم الأخير هو رسم $h(x)$

(أ) نعطى أن $\int_a^2 g(x)dx = t$ حيث $0<a<2$ ، أثبت أن t عدد سالب.

بما أن الدالة $g(x)$ في الفترة $a<x<2$ سالبة

لذلك t سالب.

في الفترة $a<x<2$ يتحقق

$$h(x) = -g(x)$$

ولذلك $\int_a^2 h(x)dx = \int_a^2 -g(x)dx$

$$\Rightarrow \int_a^2 h(x)dx = -t$$

ومنها:

$$\int_a^2 h(x) - g(x)\,dx = \int_a^2 h(x)dx - \int_a^2 g(x)dx$$

$$= -t - (t) = \boxed{-2t}$$

www.iqsmart.co.il

سؤال 7

$f(x)=2\sin x+\cos 2x-1$ في الفترة $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ 1.أ

بما أن $\cos 2x=1-2\sin^2 x$ فيمكن كتابة $f(x)$ على الصورة

$f(x)=2\sin x+1-2\sin^2 x-1$

$f(x)=2\sin x-2\sin^2 x$

تقاطع مع المحاور:

مع محور x: $y=0$

$0=2\sin x-2\sin^2 x$

$0=2\sin x(1-\sin x)$

$2\sin x=0$ أو $1-\sin x=0$

$\sin x=0$ ← $1=\sin x$

$x=\pi k$ ← $x_3=\frac{\pi}{2}+2\pi k$

$k=0$ $x_1=0$

$k=1$ $x_2=\pi$ ← $k=0\rightarrow x_3=\frac{\pi}{2}$

$k=2$ $x=2\pi$ خارج المجال

إذن نقاط تقاطع مع x: $(0,0)$ $(\frac{\pi}{2},0)$ $(\pi,0)$

نقاط تقاطع مع y: $(0,0)$

2.أ) نقاط القصوى: $f'(x)=0$

$f'(x)=2\cos x-4\cos x\cdot\sin x+2$

$f'(x)=2\cos x-4\cos x\cdot\sin x$

$f'(x)=2\cos x(1-2\sin x)$

www.IQsmart.co.il

$f'(x)=0$

$2\cos x(1-2\sin x)=0$

$2\cos x=0$ ⟵ ⟶ $1-2\sin x=0$

$\cos x=0$ ⟵ ⟶ $\sin x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{2}$ $x_3=\frac{3\pi}{2}$ $x_4=\frac{\pi}{6}$ $x_5=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$

$x_5=\frac{5\pi}{6}$

نقوم بملء جدول التغير

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}<x<\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}<x<\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
$f'(x)$	0	+	0	−	0	+	0	−	0
$f(x)$	min	↗	max	↘	min	↗	max	↘	min

www.IQsmart.co.il

$f(-\frac{\pi}{2})=-2-1-1=-4$ $(-\frac{\pi}{2},-4)$ min

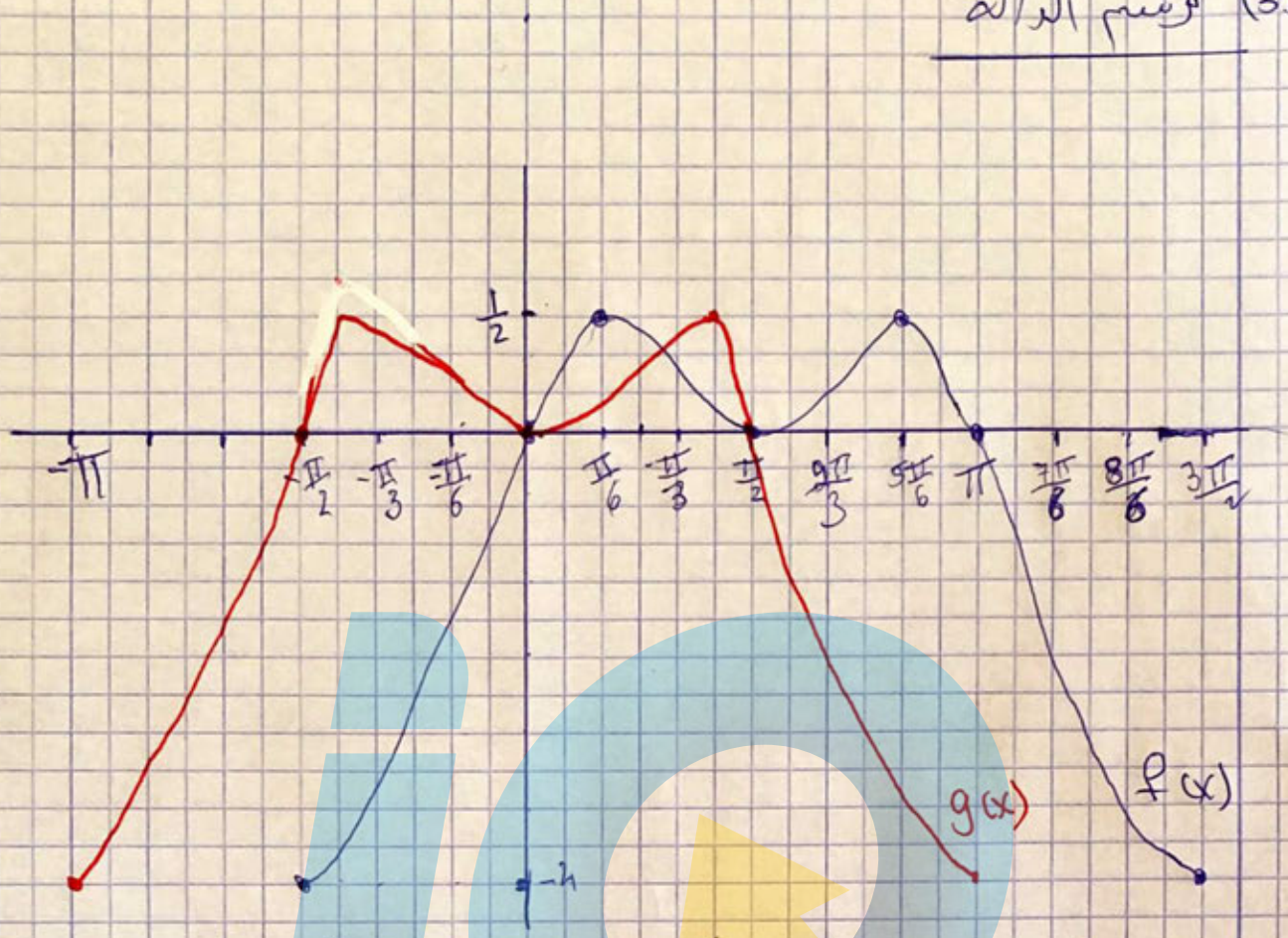
$f(\frac{\pi}{6})=1+\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}$ $(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$ max

$f(\frac{\pi}{2})=2-1-1=0$ $(\frac{\pi}{2},0)$ min

$f(\frac{5\pi}{6})=-1+\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$ $(\frac{5\pi}{6},\frac{1}{2})$ max

$f(\frac{3\pi}{2})=-2-1-1=-4$ $(\frac{3\pi}{2},-4)$ min

(3) نرسم الدالة



ب.1) $g(x)$ عبارة عن إزاحة للدالة $f(x)$ إلى اليسار بـ $\frac{\pi}{2}$ وحدات

وبالتالي نتحقق: $g(x)=f(x+\frac{\pi}{2})=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(2x+\frac{\pi}{2})-1$

ب.2) رسم الدالة $g(x)$ هو الرسم المبين باللون الأحمر في الشكل المجاور

ب.3) $g(-x)=2\sin(-x+\frac{\pi}{2})+\cos(-x+\frac{\pi}{2})-1$

$=2\cos x+\cos(-2x+\pi)-1=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(-2x)-1$

$=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(2x+\pi)-1=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos(x+\frac{\pi}{2})-1$

$=2\sin(x+\frac{\pi}{2})+\cos 2(x+\frac{\pi}{2})-1=g(x)$

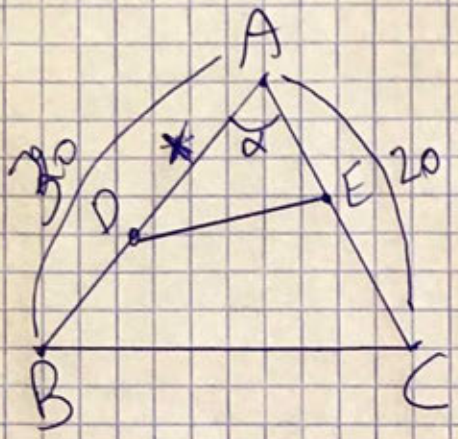
إذاً $g(x)=g(x)$ والدالة زوجية.

أ) التكامل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ عبارة عن المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $f(x)$ والمحور x في المجال $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ لذا الدالة f موجبة لهذا المجال

وهذه المساحة هي نفسها المحصورة بين الدالة $g(x)$ والمحور x بعد إزاحة الدالة $\frac{\pi}{2}$ وحدات إلى اليسار وبالتالي نتحقق: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} g(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} f(x+\frac{\pi}{2})dx$ ← التكامل II

www.IQsmart.co.il

سؤال 8



1. $AD = x$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{x \cdot AE \cdot \sin\alpha}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{20 \cdot 30 \cdot \sin\alpha}{2} = 300\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{x \cdot AE \cdot \sin\alpha}{2} = 300\sin\alpha \cdot \frac{1}{4}$$

$$x \cdot AE = 150 \rightarrow \boxed{AE = \frac{150}{x}}$$

1.ب

ب. بحسب حالة ال $\cos\alpha$ في ΔADE لنحقق:

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD \cdot AE \cdot \cos\alpha$$

$$DE^2 = x^2 + \left(\frac{150}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{150}{x} \cdot \cos\alpha$$

$$DE^2 = x^2 + \frac{22500}{x^2} - 300\cos\alpha$$

بما أن DE مقدار موجب لأنه يعبر عن طول القطع DE لذلك الدالة التي تعبر عن طول DE، والدالة التي تعبر عن طول DE^2 يوجد نفس النقاط القصوى:

$$DE^2 = f(x) = x^2 + \frac{22500}{x^2} - 300\cos\alpha = x^2 + 22500x^{-2} - 300\cos\alpha$$

$$f'(x) = 2x - 2 \cdot 22500x^{-3} + 0 \quad (\cos\alpha = \text{ثابت})$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2x - 45000x^{-3} = 0 \rightarrow 2x = \frac{45000}{x^3}$$

$$\rightarrow x^4 = \frac{45000}{2} = 22500 \rightarrow x = \sqrt[4]{22500} = \boxed{\sqrt{150} = 12.474}$$

www.iQsmart.co.il

نعيّن المشتقة $f''(x)$ ونجد

$$f'(x) = 2x - 45000x^{-3}$$

$$f''(x) = 2 - 45000 \cdot (-3) \cdot x^{-4} = 2 + \frac{135000}{x^4}$$

$$f''(\sqrt{150}) = 2 + \frac{135000}{(\sqrt{150})^4} > 0$$

ومنه $x = \sqrt{150}$ يقع مقلوب تقعر f ومنه $\min$ ، ومنه

وأقصر طول قطعة مستقيمة:

$$DE^2 = f(x) = x^2 + \frac{22500}{x^2} - 300\cos\alpha$$

$$f(\sqrt{150}) = (\sqrt{150})^2 + \frac{22500}{(\sqrt{150})^2} - 300\cos\alpha$$

$$f(150) = 150 + 150 - 300\cos\alpha$$

$$f(150) = 300 - 300\cos\alpha = 300(1-\cos\alpha)$$

ومنه طول (أقصر طول ممكن) DE يساوي:

$$\boxed{\sqrt{300(1-\cos\alpha)} = 10\cdot\sqrt{3(1-\cos\alpha)}}$$

ب) 2. BC هو أطول (وتر) في المثلث ABC طول BC ثابت لأن α ثابت

ومنه $\frac{DE}{BC}$ يكون أصغر ما يمكن عندما يكون DE أصغر

ما يمكن أي $DE = 10\sqrt{3(1-\cos\alpha)}$ عندما $AD = x$

$$\boxed{x = AD = \sqrt{150}}$$